



Start-up and first structures of orthogonal diagonal Latin squares discovered in the volunteer computing project RakeSearch

▼ Natalia Nikitina^{*}, Maxim Manzyuk, Eduard Vatutin

^{*}Institute of Applied Mathematical Research, Karelian Research Center of the RAS, Petrozavodsk

Введение

- ▼ **Латинский квадрат** – это таблица размером $n \times n$, заполненная n элементами множества M так, что в каждой строке и каждом столбце каждый элемент из M встречается ровно 1 раз
- ▼ **Диагональный латинский квадрат** – это латинский квадрат, отвечающий требованию уникальности элементов на главной и побочной диагонали

0	1	2	3
3	2	1	0
1	0	3	2
2	3	0	1

0	1	2	3	4
4	2	3	0	1
3	4	1	2	0
1	3	0	4	2
2	0	4	1	3

0	1	2	3	4	5
5	4	3	2	1	0
2	5	1	4	0	3
4	3	0	5	2	1
1	2	5	0	3	4
3	0	4	1	5	2

0	1	2	3	4	5	6
4	5	6	0	1	2	3
5	6	3	2	0	4	1
2	0	1	4	3	6	5
3	2	5	1	6	0	4
6	3	4	5	2	1	0
1	4	0	6	5	3	2

Рис. 1. Примеры ДЛК 4, 5, 6 и 7 ранга

Введение

- Два латинских квадрата $A(a_{ij})$ и $B(b_{ij})$ называются **ортогональными**, если все упорядоченные пары (a_{ij}, b_{ij}) различны. Также – «эйлеровы» или «греко-латинские»

0	1	2	3	4	5	6	0	1	2	3	4	5	6
4	2	0	6	1	3	5	1	3	5	0	6	4	2
3	5	1	0	2	6	4	2	0	4	6	5	1	3
2	4	6	5	3	1	0	6	5	3	1	0	2	4
5	3	4	1	6	0	2	4	6	0	5	2	3	1
6	0	3	2	5	4	1	5	2	1	4	3	6	0
1	6	5	4	0	2	3	3	4	6	2	1	0	5
00	11	22	33	44	55	66							
41	23	05	60	16	34	52							
32	50	14	06	25	61	43							
26	45	63	51	30	12	04							
54	36	40	15	62	03	21							
65	02	31	24	53	46	10							
13	64	56	42	01	20	35							

ОДЛК ранга 4 и 5

- Ранг 4 – 1 пара:

0	1	2	3	0	1	2	3
3	2	1	0	2	3	0	1
1	0	3	2	3	2	1	0
2	3	0	1	1	0	3	2

- Ранг 5 – 2 пары:

0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
4	2	3	0	1	3	4	1	2	0	2	3	4	0	1	3	4	0	1	2
3	4	1	2	0	4	2	3	0	1	4	0	1	2	3	1	2	3	4	0
1	3	0	4	2	2	0	4	1	3	1	2	3	4	0	4	0	1	2	3
2	0	4	1	3	1	3	0	4	2	3	4	0	1	2	2	3	4	0	1

- Ранг 6 – ОДЛК не существует
- До 7 ранга все пары ОДЛК порождаются перестановкой строк одного из квадратов
- Любая перестановка строк порождает либо ОДЛК, либо квадрат, не являющийся диагональным
- Для уменьшения множества обрабатываемых квадратов первая строка фиксируется: (1 2 3 ... n)

Поиск ОДЛК порядка 9

- Цель работы – исследование структуры подмножеств ОДЛК 9x9
- Разработанный алгоритм “Rake” для поиска ОДЛК:

Входные данные: уникальная “маска” первичного заполнения квадрата;
путь заполнения клеток квадрата;
вспомогательные структуры

- Генерация очередного ДЛК;
- Перестановка строк сгенерированного ДЛК с проверкой, является ли он ортогональным исходному квадрату.

Выходные данные: найденные ОДЛК для исходного квадрата или сообщение о том, что они не были найдены.

Приложение реализовано на С++ с использованием API VOINC

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	2						4	
		1				0		
			4		2			
				6				
			1		7			
		5				8		
	3						5	
7								3

Поиск ОдЛК ранга 9

- ▼ Проект добровольных вычислений RakeSearch:

<http://rake.boincfast.ru/rakesearch/>

- ▼ Проект реализован на базе платформы BOINC в рамках Грид-сегмента ЦКП Карельского научного центра РАН “Центр высокопроизводительной обработки данных”
- ▼ Дата начала работы – 11 августа 2017 г.
- ▼ Приложение разработано для выполнения в среде BOINC, реализован механизм сохранения контрольных точек, применяется побитовая валидация результатов, кворум = 2
- ▼ Приложение реализовано для Windows и Linux 64- и 32-бит, ARM



Проект	Прогресс	Состояние	Затрачено	Осталось	Отправить до	Прилож	Задание
Rake search of diagonal Latin squares	100,000%	Работает	07:41:31	---	Пт 01 дек 2...	Rake...	R9_000059774_0
Rake search of diagonal Latin squares	41,818%	Работает	02:32:46	02:59:43	Пт 01 дек 2...	Rake...	R9_000059992_1
Rake search of diagonal Latin squares	26,181%	Работает	01:44:24	03:46:18	Пт 01 дек 2...	Rake...	R9_000060011_1

Поиск ОДЛК ранга 9

- ▼ Поддерживается веб-форум проекта (10.5% активных участников) и взаимодействие с участниками проекта:
 - ▼ Публикация целей проекта и текущих результатов
 - ▼ Оптимизация открытого исходного кода и отладка приложения
 - ▼ Награждение участников и команд
- ▼ Результаты публикуются в форме ОДЛК и графов ОДЛК
- ▼ Проект участвует в соревнованиях VOINC-команд
- ▼ Реализованы приложения для сбора статистики работы
- ▼ Частично автоматизировано резервное копирование и архивация состояния VOINC-сервера и базы данных

Результаты работы проекта

- ▼ Статус проекта на 23 ноября 2018 г.:
 - ▼ 405 активных участников
 - ▼ 1484 активных вычислительных узла
 - ▼ 50-60 Тфлопс
 - ▼ Завершено более 42% рабочих заданий
 - ▼ Обработано 2×10^{15} квадратов
- ▶ Найдены ОДЛК к 64 тыс. из обработанных квадратов
- ▶ Найдено 420 пар ОДЛК
- ▶ Обнаружено 130 графов ОДЛК,
в том числе комбинаторная структура из 649728 ОДЛК
- ▶ Найдено соответствие чисел ДЛК и пар ОДЛК, которые можно сгенерировать для фиксированной главной диагонали

Результаты работы проекта

Рис. 3. Обнаруженные графы ОдЛК

0	1	2	3	4	5	6	7	8		0	1	2	3	4	5	6	7	8		0	1	2	3	4	5	6	7	8
2	4	3	0	7	6	8	1	5		4	7	0	1	3	8	5	2	6		2	4	3	0	7	6	8	1	5
4	6	7	1	8	2	3	5	0		8	0	5	6	2	1	4	3	7		4	5	7	1	8	2	3	6	0
8	3	5	6	0	7	1	2	4		1	6	4	2	8	0	7	5	3		8	3	6	5	0	7	1	2	4
7	8	1	4	5	3	0	6	2	→	6	3	8	5	1	7	2	4	0	→	7	8	1	4	6	3	0	5	2
3	7	0	2	1	8	5	4	6		2	4	3	7	0	6	8	1	5		3	7	0	2	1	8	5	4	6
1	5	4	7	6	0	2	8	3		5	2	6	8	7	4	3	0	1		1	6	4	7	5	0	2	8	3
5	0	6	8	2	1	4	3	7		7	5	1	4	6	3	0	8	2		6	0	5	8	2	1	4	3	7
6	2	8	5	3	4	7	0	1		3	8	7	0	5	2	1	6	4		5	2	8	6	3	4	7	0	1

Рис. 4. Пример ДЛК из обнаруженного графа из 61824 ОдЛК

Дальнейшая работа: развитие проекта

- ▼ Планы на будущее:
 - ▼ Исследовать и визуализировать найденные комбинаторные структуры – подмножества ОДЛК
 - ▼ Реализовать алгоритм поиска, более эффективный, чем прямой перебор, на основе соответствия чисел ДЛК и пар ОДЛК, которые можно сгенерировать для фиксированной главной диагонали
 - ▼ Получить новые качественные выводы путем анализа статистики вычислений в проекте
 - ▼ Оптимизировать приложение, расширить список платформ

Дальнейшая работа: теория игр

- ▼ Сообщество участников добровольных вычислений располагает огромным количеством современных вычислительных ресурсов
- ▼ Каждый участник выбирает для себя BOINC-проекты и определяет, какое количество ресурсов выделить различным проектам, приложениям, потенциально – **заданиям**
- ▼ Каждый участник стремится максимизировать собственную индивидуальную полезность, частично формализуемую (число кредитов, результатов, ценных результатов...)
- ▼ Наряду с задачами минимизации общего времени выполнения проекта и максимизации пропускной способности возникают задачи классификации заданий (входных данных) по их перспективности – ожидаемой ценности результатов, максимизации скорости получения ценных результатов, максимизации справедливости распределения заданий и т.д.

Спасибо за внимание!

Ваши вопросы?

E-mail: nikitina@krc.karelia.ru