ОДЛК, порождаемые перестановкой строк

Generation of ODLS by permuting rows

Наталия Никитина, Эдуард Ватутин (evatutin),
Олег Заикин (Nauchnik), Максим Манзюк (hoarfrost)
30 августа 2017

Введение

- Латинский квадрат – таблица размером n×n, заполненная n элементами множества M так, что в каждой строке и каждом столбце каждый элемент из M встречается точно 1 раз.
- Диагональный латинский квадрат – это латинский квадрат, отвечающий требованию уникальности элементов на главной и побочной диагонали

0	1	2	3
3	2	1	0
1	0	3	2
2	3	0	1

0	1	2	3	4
4	2	3	0	1
3	4	1	2	0
1	3	0	4	2
2	0	4	1	3

0	1	2	3	4	5
5	4	3	2	1	0
2	5	1	4	0	3
4	3	0	5	2	1
1	2	5	0	3	4
3	0	4	1	5	2

0	1	2	3	4	5	6
4	5	6	0	1	2	3
5	6	3	2	0	4	1
2	0	1	4	3	6	5
3	2	5	1	6	0	4
6	3	4	5	2	1	0
1	4	0	6	5	3	2

Рис. 1. Примеры диагональных латинских квадратов 4, 5, 6 и 7 ранга

Ортогональные квадраты

- Два латинских квадрата $L(l_{ij})$ и $K(k_{ij})$ называются ортогональными, если все упорядоченные пары (l_{ij},k_{ij}) различны. Также – «эйлеровы» или «греко-латинские».

0	1	2	3	4	5	6
4	2	0	6	1	3	5
3	5	1	0	2	6	4
2	4	6	5	3	1	0
5	3	4	1	6	0	2
6	0	3	2	5	4	1
1	6	5	4	0	2	3

0	1	2	3	4	5	6
1	3	5	0	6	4	2
2	0	4	6	5	1	3
6	5	3	1	0	2	4
4	6	0	5	2	3	1
5	2	1	4	3	6	0
3	4	6	2	1	0	5

00	11	22	33	44	55	66
41	23	05	60	16	34	52
32	50	14	06	25	61	43
26	45	63	51	30	12	04
54	36	40	15	62	03	21
65	02	31	24	53	46	10
13	64	56	42	01	20	35

Греко-латинский квадрат

Рис. 2. Пример пары ортогональных латинских квадратов 7 ранга, являющихся и диагональными

BOINC FAST

ОДЛК ранга 4 и 5

- Ранг 4 - 1 пара:

0	1	2	3
3	2	1	0
1	0	3	2
2	3	0	1

0	1	2	3
2	3	0	1
3	2	1	0
1	0	3	2

- Ранг 5 – 2 пары:

0	1	2	3	4
4	2	3	0	1
3	4	1	2	0
1	3	0	4	2
2	0	4	1	3

0	1	2	3	4
3	4	1	2	0
4	2	3	0	1
2	0	4	1	3
1	3	0	4	2

0	1	2	3	4
2	3	4	0	1
4	0	1	2	3
1	2	3	4	0
3	4	0	1	2

0	1	2	3	4
3	4	0	1	2
1	2	3	4	0
4	0	1	2	3
2	3	4	0	1

- ОДЛК ранга 6 – не существует
- До 7 ранга все пары ОДЛК порождаются перестановкой строк одного из квадратов!
- Перестановка строк порождает либо ОДЛК, либо квадрат не являющийся диагональным
- Для уменьшения множества обрабатываемых квадратов, первая строка не переставляется и работа ведётся только с нормализованными ДЛК

ОДЛК ранга 7

- ОДЛК ранга 7 разбиваются на 2 большие группы:
  - 8 квартетов – наборы по 4 взаимно ортогональных ДЛК, получаемых друг из друга перестановкой строк. Перестановка строк любого из квадратов любого квартета порождает либо один из ВОДЛК квартета, либо ЛК, не являющийся диагональным
  - 112 пар ОДЛК, в рамках которых ни один квадрат из пары не может быть получен из другого перестановкой строк
- Подсчёт вёлся среди уже нормализованных ДЛК и ОДЛК

Пример квартета ВОДЛК 7 ранга

0	1	2	3	4	5	6		0	1	2	3	4	5	6		0	1	2	3	4	5	6		0	1	2	3	4	5	6
4	2	6	0	5	1	3		3	5	1	6	0	4	2		5	6	3	4	1	2	0		6	4	5	2	3	0	1
3	5	1	6	0	4	2		4	2	6	0	5	1	3		6	4	5	2	3	0	1		5	6	3	4	1	2	0
5	6	3	4	1	2	0		6	4	5	2	3	0	1		2	0	4	1	6	3	5		1	3	0	5	2	6	4
6	4	5	2	3	0	1		5	6	3	4	1	2	0		1	3	0	5	2	6	4		2	0	4	1	6	3	5
1	3	0	5	2	6	4		2	0	4	1	6	3	5		3	5	1	6	0	4	2		4	2	6	0	5	1	3
2	0	4	1	6	3	5		1	3	0	5	2	6	4		4	2	6	0	5	1	3		3	5	1	6	0	4	2
								00	11	22	33	44	55	66		00	11	22	33	44	55	66		00	11	22	33	44	55	66
								43	25	61	06	50	14	32		45	26	63	04	51	12	30		46	24	65	02	53	10	31
								34	52	16	60	05	41	23		36	54	15	62	03	40	21		35	56	13	64	01	42	20
								56	64	35	42	13	20	01		52	60	34	41	16	23	05		51	63	30	45	12	26	04
								65	46	53	24	31	02	10		61	43	50	25	32	06	14		62	40	54	21	36	03	15
								12	30	04	51	26	63	45		13	35	01	56	20	64	42		14	32	06	50	25	61	43
								21	03	40	15	62	36	54		24	02	46	10	65	31	53		23	05	41	16	60	34	52
																00	11	22	33	44	55	66		00	11	22	33	44	55	66
																35	56	13	64	01	42	20		36	54	15	62	03	40	21
																46	24	65	02	53	10	31		45	26	63	04	51	12	30
																62	40	54	21	36	03	15		61	43	50	25	32	06	14
																51	63	30	45	12	26	04		52	60	34	41	16	23	05
																23	05	41	16	60	34	52		24	02	46	10	65	31	53
																14	32	06	50	25	61	43		13	35	01	56	20	64	42
																								00	11	22	33	44	55	66
																								56	64	35	42	13	20	01
																								65	46	53	24	31	02	10
																								21	03	40	15	62	36	54
																								12	30	04	51	26	63	45
																								34	52	16	60	05	41	23
																								43	25	61	06	50	14	32

Проект Rake Search

- Первые результаты поиска ОДЛК ранга 7 и 8 готовятся к публикации
- Готовится дополнительная обработка результатов
- Для полного «просеивания» ДЛК ранга 9 существующим приложением потребуется ~ 10500 лет CPU Time
- Возможно, что наблюдаемая «фрактальное поведение» ДЛК и ВОДЛК сократит время поиска в несколько раз
- Возможно, что удастся сделать более быстрое приложение
- Для поиска перестановочных ОДЛК ранга 9 создан проект добровольных распределённых вычислений Rake Search
- При помощи утилиты CluBORun к проекту подключен кластер Карельского исследовательского центра РАН
- В рамках тестового запуска Rake Search произведён повторный поиск перестановочных ОДЛК 8 ранга, но уже на платформе BOINC

BOINC FAST Структура из ОДЛК ранга 9

0	1	2	3	4	5	6	7	8
8	2	7	6	0	1	3	5	4
3	5	1	0	7	8	4	6	2
6	3	8	4	1	7	0	2	5
5	6	0	7	3	2	8	4	1
7	8	4	1	5	6	2	0	3
4	7	6	2	8	3	5	1	0
1	0	3	5	2	4	7	8	6
2	4	5	8	6	0	1	3	7

0	1	2	3	4	5	6	7	8
4	7	6	2	8	3	5	1	0
7	8	4	1	5	6	2	0	3
1	0	3	5	2	4	7	8	6
2	4	5	8	6	0	1	3	7
3	5	1	0	7	8	4	6	2
8	2	7	6	0	1	3	5	4
6	3	8	4	1	7	0	2	5
5	6	0	7	3	2	8	4	1

0	1	2	3	4	5	6	7	8
8	2	0	6	3	1	7	5	4
3	5	1	7	0	8	4	6	2
6	7	8	4	1	3	0	2	5
5	6	3	0	7	2	8	4	1
7	8	4	1	5	6	2	3	0
4	3	6	2	8	0	5	1	7
1	0	7	5	2	4	3	8	6
2	4	5	8	6	7	1	0	3

00	11	22	33	44	55	66	77	88
84	27	76	62	08	13	35	51	40
37	58	14	01	75	86	42	60	23
61	30	83	45	12	74	07	28	56
52	64	05	78	36	20	81	43	17
73	85	41	10	57	68	24	06	32
48	72	67	26	80	31	53	15	04
16	03	38	54	21	47	70	82	65
25	46	50	87	63	02	18	34	71

00	11	22	33	44	55	66	77	88
88	22	70	66	03	11	37	55	44
33	55	11	07	70	88	44	66	22
66	37	88	44	11	73	00	22	55
55	66	03	70	37	22	88	44	11
77	88	44	11	55	66	22	03	30
44	73	66	22	88	30	55	11	07
11	00	37	55	22	44	73	88	66
22	44	55	88	66	07	11	30	73

00	11	22	33	44	55	66	77	88
48	72	60	26	83	31	57	15	04
73	85	41	17	50	68	24	06	32
16	07	38	54	21	43	70	82	65
25	46	53	80	67	02	18	34	71
37	58	14	01	75	86	42	63	20
84	23	76	62	08	10	35	51	47
61	30	87	45	12	74	03	28	56
52	64	05	78	36	27	81	40	13

BOINC FAST

Присоединяйтесь!

- Проект Rake Search: http://rake.boincfast.ru/rakesearch/
- Портал BOINC.Ru: http://www.boinc.ru/
- Команда Crystal Dream: https://vk.com/crystal_dream_team
- Группа BOINC в VK: https://vk.com/boinc
- И ко всем нашим командам в проектах РВ!

Ссылки

1. Ватутин Э.И., Заикин О.С., Журавлев А.Д., Манзюк М.О., Кочемазов С.Е., Титов В.С. О влиянии порядка заполнения ячеек на темп генерации диагональных латинских квадратов // Информационно-измерительные диагностирующие и управляющие системы (Диагностика – 2016). Курск: изд-во ЮЗГУ, 2016. С. 33–39. PDF
2. Ватутин Э.И., Титов В.С., Заикин О.С., Кочемазов С.Е., Валяев С.Ю., Журавлев А.Д., Манзюк М.О. Использование грид-систем для подсчета комбинаторных объектов на примере диагональных латинских квадратов порядка 9 // Информационные технологии и математическое моделирование систем 2016. М.: изд-во Центра информационных технологий в проектировании РАН, 2016. С. 154–157. PDF
3. Заикин О.С., Кочемазов С.Е., Ватутин Э.И., Титов В.С., Валяев С.Ю., Журавлев А.Д., Манзюк М.О. Подсчет числа комбинаторных объектов на примере диагональных латинских квадратов порядка 9 с использованием добровольных распределенных вычислений // Национальный суперкомпьютерный форум. Переславль-Залесский, 2016. Презентация.

- Манзюк М.О., Ватутин Э.И., Кочемазов С.Е., Заикин О.С. Интересные свойства ортогональных диагональных латинских квадратов 7 и 8 порядка // Оптико-электронные приборы и устройства в системах распознавания образов, обработки изображений и символьной информации (Распознавание – 2017). Курск: изд-во ЮЗГУ, 2017. С. 235–237. PDF

Вопросы

?